Test Ecuaciones Diferenciales Lineales

NOMBRE Y APELLIDOS ....

Razone si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa.

1. Dado el problema (P) $\begin{cases} y'' + 16y = 0 \\ y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$

   - ☐ Por el Teorema de Existencia y Unicidad para ecuaciones lineales (P) tiene solución única.
   - ☐ Las funciones $y_1 = \operatorname{sen} 4x$ e $y_2 = 7 \operatorname{sen} 4x$ son dos soluciones de (P) linealmente independientes en $\mathbb{R}$.
   - ☐ La solución general de la ecuación en (P) es $y_h(x) = c_1 \cos 4x + c_2 \operatorname{sen} 4x$ con $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

2. Dada la ecuación lineal $y''' - 4y'' + 4y' = 8x$

   - ☐ La solución general de la ecuación homogénea asociada es $y_h(x) = c_1 e^{2x} + c_2 x e^{2x}$ con $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.
   - ☐ Tiene una solución particular de la forma $y_p(x) = b_1 x + b_0$.
   - ☐ La función $e^{2x} - x^2 + 2x$ es una solución particular de la ecuación completa.

3. Dada $4x^2 y'' + 8xy' + y = 0$.

   - ☐ Tiene una solución de la forma $y_1(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ en $(0, \infty)$.
   - ☐ El cambio de variable dependiente $x = e^s$ transforma la ecuación en $4y''_s + 4y'_s + y = 0$, respecto de la variable s.
   - ☐ Existen y_1 e y_2 dos soluciones lienalmente independientes tales que $y_1^2 \frac{d}{dx}\left(\frac{y_2}{y_1}\right) = x^2$.

4. Dada $y^{(iv)} + 2y''' + 5y'' = 0$

   - ☐ Un conjunto fundamental de soluciones es $\{1, x, \cos 2x, \operatorname{sen} 2x\}$.
   - ☐ La función $y(x) = 1 + x$ es la única solución que satisface las condiciones $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 0$, $y'''(0) = 0$.

5. Dada $y''' - 5y'' + 3y' + 9y = 8e^x \quad$ (c)

   - ☐ Un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación homogénea asociada es $\{e^{-x}, e^{3x}, xe^{3x}\}$.
   - ☐ La ecuación (c) tiene una solución particular de la forma $y_p = (b_1 x + b_0)e^x$ con $b_1 \neq 0$.
   - ☐ La función $y(x) = e^x$ es la única solución de (c) que satisface $y(0) = 1$, $y'(0) = 1, y''(0) = 1$.

6. Dada $(1-x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0$ y la solución $y_1 = x$.

   - [ ] Si y_2 es otra solución linealmente independiente con y_1 en el intervalo I, entonces $\begin{vmatrix} x & y_2 \\ 1 & y_2' \end{vmatrix} = 0$ en I.
   - [ ] Se puede hallar una solución y_2 independiente con y_1 tal que $\frac{d}{dx}\left(\frac{y_2}{x}\right) = \frac{1}{x^2(1-x^2)}$.
   - [ ] La función $y_2 = -1 + \frac{x}{2}\ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|$ es otra solución.

7. Dada la ecuación $2xy'' - y' + (y')^{-1} = 0$

   - [ ] Es una ecuación lineal con coeficientes variables de orden 2.
   - [ ] El cambio de variable $z = y'$ transforma la ecuación en $2xz' - z + z^{-1} = 0$, que es una ecuación de primer orden de variables separables.
   - [ ] $y_1 = 1 + x$ e $y_2 = -x$ son dos soluciones linealmente independientes en $\mathbb{R}$ y la solución general es $y_h(x) = c_1(1+x) - c_2 x$ con $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

8. Dada $y'' = (y')^3 \ln y$

   - [ ] Es una ecuación diferencial no lineal de segundo orden y la variable x no aparece explícitamente.
   - [ ] Con el cambio $z(y) = y'$ la ecuación se transforma en $z'z = z^3 \ln y$, que es una ecuación de primer orden de variables separables.
   - [ ] La función $y = k$ es una solución particular para cualquier valor de $k > 0$.

9. Dada $y'' - \frac{3}{x}y' + \frac{3}{x^2}y = 2x^2 e^x \quad$ (c)

   - [ ] La solución general de la ecuación homogénea asociada es $y_h(x) = c_1 x + c_2 x^3$.
   - [ ] Una solución particular de (c) se puede obtener por variación de las constantes resolviendo $\begin{cases} xc_1'(x) + x^3 c_2'(x) = 0 \\ c_1'(x) + 3x^2 c_2'(x) = 2x^2 e^x \end{cases}$
   - [ ] La función $y = 2(x^2 - x)e^x$ es una solución particular de (c).

10. Dada $y'' + y = \frac{2}{(\cos x)^3} \quad$ (c).

    - [ ] La solución general de la homogénea asociada es $y_h(x) = c_1 \cos x + c_2 \operatorname{sen} x$
    - [ ] La función $y(x) = \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x}$ es la única solución de (c) que satisface las condiciones $y(0) = 0, y'(0) = 0$
    - [ ] No se puede hallar una solución particular por el método de similitud.